# TÜRI ÜHISGÜMNAASIUM
# KITSAS MATEMAATIKA

**Õppe-eesmärgid**

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise informatsiooni esituse viise;
3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
7) kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

**Õppeaine kirjeldus**

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatikakeeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

**Õpitulemused rahuldaval tasemel.**

Gümnaasiumi lõpetaja:

1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid;
2) väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
3) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT-vahendeid;
4) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
5) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
6) lihtsustab avaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
7) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
8) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;
9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
10) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;

11) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalasid ja ruumalasid.

## 10.klassi matemaatika kitsa kursuse ainekava

Gümnaasiumi matemaatika kitsa kursus:

1) kitsa kava läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva ainena;
2) kitsa kava eesmärk on õpetada aru saama matemaatikakeeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale.

Kitsa kursuse **ainekava** üldisteks õppe-eesmärkideks on, et õpilane:

1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
2) tõlgendab erinevaid matemaatilise informatsiooni esituse viise;
3) kasutab matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades;
4) väärtustab matemaatikat, tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
7) kasutab arvutiprogramme matemaatika õppimisel.

Peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümboolika, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu.

# I kursus. Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused

| **Õppesisu** | **Õpitulemused**<br>Kursuse lõpul õpilane: | **Märkused** |
|---|---|---|
| Naturaalarvude hulk N, täisarvude hulk Z ja ratsionaalarvude hulk Q. Irratsionaalarvude hulk I. Reaalarvude hulk R.<br>Reaalarvude piirkonnad arvteljel.<br><br>Arvu absoluutväärtus.<br><br>Ratsionaalavaldiste lihtsustamine.<br>Arvu n-es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. | eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve; | Arvuhulkade esitlemine neisse kuuluvate arvude loetlemise või kirjeldamise abil. Illustreeriv joonis arvuhulkade vahelise seose kohta. Reaalarvude piirkondadevaatlemine arvteljel võrratuste lahendamise kontekstis.<br><br>Arvu absoluutväärtuse definitsioon kujul $\lvert a \rvert = \begin{cases} a, kui\, a \geq 0 \\ -a, kui\, a < 0 \end{cases}$, kuid rõhutada arvu absoluutväärtust kui selle kaugust arvtelje nullpunktist.<br>Ainete integratsioon (füüsika, keemia, astronoomia): korrata arvu standardkuju koos mõningate standardkujul antud arvudega teostatavate korrutamis- ja jagamistehete näidetega. |
| Murdvõrrand. | eristab, võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;<br>selgitab samasusteisendusi võrrandite ja võrratuste lahendamisel; | Õpilane ei pea loetletud mõisted oskama defineerida, kuid peab nendega määratud kirjutisi ära tundma, õigesti nimetama ning kasutama. |
| | lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid; | Lineaar- ja ruutvõrrandeid lahendatakse kordavalt. Murdvõrrandite lahendamist alustada kõige lihtsamatest. Näiteks $\frac{6}{x}+\frac{6}{x+5}=1$ või ka $\frac{2}{x-2}-\frac{x}{2}=\frac{x}{x-2}$. |
| Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena.<br>Tehted astmetega ja tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. | sooritab tehteid astmete ja juurtega teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks; | Põhiliseks võtteks juurtega töötamisel on nende teisendamine murrulisele astendajale ning astmete omaduste rakendamine koos saadud vastuse kirjutamisega juurena. Lihtsamatel juhtudel kasutada ka juurte omadusi. Näiteks $\sqrt{a^3}\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a^3 a}=\sqrt{a^4}=a^2$. |

| | | |
|---|---|---|
| Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil. | teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi; | Teisendatavate ratsionaalavaldiste keerukusaste: $\left(\frac{x+1}{2x-2}+\frac{6}{2x^2-2}-\frac{x+3}{2x+2}\right)\cdot\frac{4x^3-4x}{5}$; juuravaldiste teisendamisel $a-b=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$. Näiteks $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a-b}-\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})$. |
| | lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme; lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil. | Esimene, lineaarvõrratusi ja nende põhiomadusi tutvustavat laadi käsitlus esitatakse koos arvuhulkade kui võrratuste lahendite kujutamisega arvteljel.<br><br>Ruutvõrratuste lahendamine toimub neile vastavate paraboolide skitseerimise kaudu. Paraboolide skitseerimisel võib mõislikkuse piires kasutada ka arvutiprogramme. |
| | | Kogu kitsa matemaatika kursuses peab olema erilisel kohal ning pideva tähelepanu all reaalsete kontekstidega seotud protsentülesannete lahendamine. Vaadeldavas kursuses lisanduvad neile uue ainekava järgi põhikoolis mittekäsitletavad murdvõrrandite ning võrrandisüsteemide lahendusoskust nõudvad nn liikumisülesanded ning lihtsamad nn koostöötamise ülesanded. |

# II kursus. Trigonomeetria

| **Õppesisu** | **Õpitulemused**<br>Kursuse lõpul õpilane: | **Märkused** |
|---|---|---|
| Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. | teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi; | Üleminekuid radiaan- ja kraadimõõdu vahel võrde abil.<br>Näiteks: Mitu kraadi on nurk $\frac{3\pi}{2}$? Koostame võrde<br>$\pi = 180^0$ $\quad \frac{3\pi}{2} = x$. Siit $x = \frac{\frac{3\pi}{2}\cdot 180^0}{\pi} = 270^0$.<br>Õigeks loetakse nii kraadi- kui radiaanmõõdu kasutamine. Õpilaste silmaringi laiendamiseks on mõistlik tutvustada ka detsimaalkraadimõõtu. |
| Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$, nende väärtused nurkade $0^0$, $30^0$, $45^0$, $60^0$, $90^0$, $180^0$, $270^0$, $360^0$ korral.<br><br>Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid.<br><br>Funktsioonide $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ graafikud. | defineerib mistahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi | Ülesannete lahendamise leitakse trigonomeetrilise funktsiooni argument, nurk funktsiooni väärtuse abil enamasti arvutit kasutades ligikaudse väärtusena. |
| Trigonomeetria põhiseosed<br>$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,<br>$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, | loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid; | Kraadi murdosi sisaldava nurga esitamisel ei ole kohustuslik selle väljendamine minutites ja sekundites. Näiteks leides võrdest $\sin\alpha = 0{,}6$ nurga, piisab selle esitusest kujul $\alpha = 36{,}869... \approx 36{,}7^0$. |
| $\cos\alpha = \sin(90^0 - \alpha)$,<br>$\sin\alpha = \cos(90^0 - \alpha)$,<br>$\tan\alpha = \frac{1}{\tan(90^0 - \alpha)}$,<br>$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$,<br>$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$,<br>$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$, | teab peast trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi teravnurkadest $30^0$, $45^0$ ja $60^0$ ning teljenurkadest. | Nurga mõiste laiendamist on tark alustada täiendusnurga ja vastavate trigonomeetriliste funktsioonide vaheliste seoste vaatlemisega. Positiivse ja negatiivse nurga ning suvalise suurusega nurga mõiste käsitlemisel on aluseks alghaara pöörlemise vaatlemine. Käsitleda ka täispöördest suuremate nurkade taandamist täispöördest väiksemateks nurkadeks. Nurga taandamine teravnurgale ei ole kitsa kursuse ainekava nõutav õpitulemus. Mistahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid defineeritakse nurga lõpphaara suvalise punkti kaudu. |

| | | |
|---|---|---|
| $\sin(\alpha + k \cdot 360^0) = \sin\alpha$,<br>$\cos(\alpha + k \cdot 360^0) = \cos\alpha$,<br>$\tan(\alpha + k \cdot 360^0) = \tan\alpha$. | | Trigonomeetriliste funktsioonide graafikute konstrueerimine arvutiprogrammiga GeoGebra. Valmisgraafikult loetavateks parameetriteks on määramispiirkond, muutumispiirkond, etteantud argumendile vastavad funktsiooni väärtused, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad ning perioodilisus. Valdavalt piirduda vahemikuga $-2\pi;2\pi$ |
| Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel.<br><br>Kolmnurga lahendamine.<br><br>Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded. | rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;<br><br>lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala; | Rakenduslikes ülesannetes leida trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi ja argumente (nurki) ligikaudsetena, arvutilt. Teisendatavate avaldiste keerukus : $\dfrac{(\sin\alpha+1)^2+(\sin\alpha-1)^2}{2-\cos^2\alpha}$.<br><br>Kolmnurga pindala valemitest valem $S = \dfrac{ah}{2}$ ning kolmnurga pindala kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu.<br><br>Kasulik on vaadelda ka segmendi pindala kui sektori ja kolmnurga pindala vahet ning rööpküliku pindala kahe külje ja nende vahelise nurga siinuse kaudu. Hulknurga pindala leitakse selle tükeldamisega neli- või kolmnurkadeks. |
| | arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala;<br>lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid. | Ringjoone kaare pikkuse ja sektori pindala valemid leida need suurused võrde abil kui osa ringjoone pikkusest või ringi pindalast.<br>Siinusteoreem on soovitav tuletada, koosinusteoreem võetakse teadmiseks tõestuseta. Vaadeldav kursuse osa võimaldab lahendada arvukalt reaalsetest kontekstidest tulenevaid ülesandeid. Seda tuleb ka teha. |

## III kursus. Vektorid. Joone võrrand.

| **Õppesisu** | **Õpitulemused**<br>Kursuse lõpul õpilane: | **Märkused** |
|---|---|---|
| Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. | selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;<br>liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul; | Vaadelda lõigu keskpunkti leidmist lõigu otspunktide koordinaatide kaudu.<br>Kahe punkti vahelise kauguse valem tuletada Pythagorase teoreemi abil. Hiljem siduda see kaugust mõõtva lõigu kui vektori pikkuse arvutamisega.<br>Vektorite liitmise lähtekohaks kolmnurgareegel. Vektorite lahutamist käsitletakse loomulikult vastandvektori liitmise kaudu.<br>Rööpkülikureegli juures tuleb näidata selle seost kolmnurgareegliga. Rakenduslike ülesannete lahendamiseks on vajalik käsitleda vektori esitamist etteantud sihiga komponentideks. Vektorite liitmine koordinaatkujul ei ole teema oluline komponent. |
| Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk. | | Vektorite skalaarkorrutise mõiste käsitlemine on mõistlik siduda mehhaanilise töö kui jõuvektori ja nihkevektori skalaarkorrutise leidmisega. |
| Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. | leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid; | |

| | | |
|---|---|---|
| Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge).<br><br>Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand. | tunneb sirget võrrandi järgi, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;<br>koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;<br>määrab sirgete vastastikused asendid tasandil; joonestab sirgeid nende võrrandite järgi;<br>tunneb ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, | Kõrvuti sirgete käsitsi skitseerimisega koordinaattasandil tuleb selleks kasutada ka arvutit. Sirgete paaride vastastikuseid asendeid tasandil uurida sirgete võrranditest koostatud süsteemi lahendamise teel. Algebralist uuringut teha koos vaadeldavate sirgete kujutamisega teljestikus. Seda võib teha ka arvutil. Eraldi tähelepanu pöörata telgedega paralleelsete sirgete võrranditele. |
| | koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi; joonestab ringjooni ja paraboole nende võrrandite järgi | Paraboolide käsitsi joonestamisel kasutatakse neile vastavate funktsioonide nullkohti ja paraboolide varemõpitud omadusi. Omandatakse ka parabooli joonistusoskus arvutil. Ringjoonte joonistamine toimub peamiselt arvutil. |
| Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. | leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge): | Kahe joone lõikepunkte leitakse vastava võrrandisüsteemi lahendamise teel. Algebralist lahendamist saadetakse kindlasti arvutijoonistega, Parabooli ja sirge lõikepunktide leidmist võidakse assisteerida ka käsitsi valmistatud joonistega. Teretulnud on samuti võrrandite ja võrrandisüsteemide graafilise lahendamise tähenduse käsitlemine arvutijooniste vaatlemise alusel. |
| Rakendussisuga ülesanded. | kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes. | Rakenduslike sisuga ülesannete lahendamine on enamasti töömahukas, aegaviitev ning seotud funktsionaalse lugemise oskusega. seetõttu tuleb nendele varuda piisavalt õppeaega |

# 11.klassi matemaatika kitsa kursuse ainekava

## IV kursus. Tõenäosus ja statistika

Kursus esitatakse kahes osas: 1. Tõenäosus 2. Statistika

| **Õppesisu** | **Õpitulemused** | **Lõimingud, üld ja valdkonnapädevused, läbivad teemad, IKT** |
|---|---|---|
| Sündmus. Sündmuste liigid. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste korrutis. Sõltumatute sündmuste korrutise tõenäosus. Sündmuste summa. Välistavate sündmuste summa tõenäosus. | **Kursuse lõpul õpilane:**<br>eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust; selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ning sõltumatute sündmuste korrutise ja välistavate sündmuste summa tähendust; | Kursus on eriti statistikaosaga üks olulisi vahendeid gümnaasiumi õppeprotsessi lõimimisel. Statistikaosa sisaldab täiesti uut teemat - üldkogumi arvkarakteristikute tõenäosuslik hindamine valimi ühe arvkarakteristiku, aritmeetilise keskmise kasutamise näitel.<br>Klassikalise tõenäosuse käsitlemisel lähtutakse elementaarsündmuse mõistest ning sündmuse A klassikaline tõenäosus defineeritakse soodsate elementaarsündmuste arvu $s$ ja kõikide elementaarsündmuste arvu $k$ suhtena $P(A)=\frac{s}{k}$. Kohe seejärel vaadeldakse võimatu, kindla ja vastandsündmuse mõistet ning sündmuse ja selle vastandsündmuse summa tõenäosust.<br><br>Geomeetrilise tõenäosuse käsitlemisel vaadelgem kaht tüüpi ülesandeid (1) pindalade suhete leidmisel ja (2) ajatelje kasutamisel põhinevaid.Eelmisest ainekavast erinevalt piirdutakse sündmustega tehtavate tehete ning vastavate tõenäosuste arvutamisel sõltumatute sündmuste korrutisega ning välistavate sündmuste summaga. |
| Faktoriaal. Permutatsioonid. Kombinatsioonid. Binoomkordaja. | selgitab faktoriaali, permutatsioonide ja binoomkordaja mõistet; arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades; | Permutatsioonide ja faktoriaali mõiste käsitlemisel on otstarbekas lähtuda järjestikuste, üksteisest sõltumatute valikute arvu leidmiseks kasutatavast korrutamislausest.<br>Kombinatsioonide arvu valemi juurde minnakse läbi binoomkordaja käsilemise. Konkreetsete näidete vaatlemise kaudu tuletatakse valem $\binom{n}{k}=\frac{n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-(k-1))}{k!}$. Vaid näidete põhjal võetakse ka teadmiseks, et $\binom{n}{k}=C_n^k$.<br>*Eelmisest ainekavast erinevalt ei käsitleta variatsioone ja nende arvu leidmist* |

| | | |
|---|---|---|
| Diskreetne juhuslik suurus, selle jaotusseadus, jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve).<br><br>Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja nende süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Normaaljaotus *(kirjeldavalt).*<br>Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitatavalt koostöös mõne teise õppeainega). | selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute tähendust; arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikud ning teeb nendest järeldusi uuritava probleemi kohta;<br><br>selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust; leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;<br><br>kogub andmestikku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega | **Statistilise tõenäosuse** käsitlemisel on arvestataval kohal Eesti Statistikaameti poolt avaldatavad nn oodatava eluea tabelid (vt. http://pub.stat.ee/px-web.2001/Database/Rahvastik/databasetree.asp) ning neil põhinevad ülesanded.<br><br>Juhusliku suuruse mõiste esitatakse statistilise andmestiku esitamise ja põhiliste arvkarakteristikute käsitlemise kokkuvõttena. Sellele võiks kohe järgneda normaaljaotuse kirjeldav esitlemine. Statistika osade alateemade üks võimalik esitusjärjekord võiks olla selline:<br>• Üldkogum ja valim.<br>• Statistiline andmestik<br>• Statistilise rea korrastamine, esitamine ja illustreerimine<br>• Statistilise rea arvnäitajad, nende sisuline tõlgendamine (aritmeetiline keskmine, dispersioon, standardhälve, variatsioonikordaja)<br><br>*Kuigi ainekava seda ei nõua, on õpilaste üldise silmaringi laiendamiseks mõistlik vaadelda ka korrelatsioonivälja, regressioonijoone ning lineaarse korrelatsioonikordaja mõisteid. Sellega seonduva nagu ka kogu muu statistikaainese käsitlemine tuginegu mingi tabelarvutussüsteemi (Excel, OpenOffice Calc) laialdasele rakendamisele*.<br>Teema käsitlemisel on vaja esitada usalduspiiride, usaldusvahemiku (usalduspiirkonna), usaldus- ja olulisusnivoo mõisted. Usaldusvahemike leidmist illustreeritakse vaid ühe näitega - üldkogumi keskmise usaldusvahemiku leidmisega. Vastav arvutuslik aparatuur esitatakse valmiskujul. Mõistlik on näidete alusel vaadelda ka usaldusvahemike ühisosade hindamisel põhinevat võimalust erinevate üldkogumite (mehed - naised; noored-vanad jne) keskmiste erinevuse hindamiseks. Rõhutame veelkord, et kogu selle ainese käsitlus realiseeritakse mingi tabelarvutusüsteemi rakendades.<br>Otsida lõimimisvõimalusi teiste ainetega (loodusteadused, ühiskonnaõpetus, kehakultuur jt) |

## V kursus. Funktsioonid I

Kursuse peateemadeks on põhiliste elementaarfunktsioonide ja nende graafikute tundmaõppimine. Funktsioonide käsitlemise põhiliseks viisiks on nende arvutiga joonistatud graafikute lugemine. Koos eksponentfunktsiooni vaatlemisega on oluline osa liitprotsendilise muutumisega seotud majandus- ja rahandusülesannetel. Koos logaritmfunktsiooni vaatlemisega käsitletakse ka arvu logaritmi põhilisi omadusi. Lahendatakse lihtsamaid eksponent ja logaritmvõrrandeid

| **Õppesisu** | **Õpitulemused** | **Lõimingud, üld ja valdkonnapädevused, läbivad teemad, IKT** |
|---|---|---|
| Funktsioonid $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \frac{a}{x}$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Funktsioonid $y = ax^n$ ($n = 1, 2, -1, -2$). Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ja potentseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmvõrrandeid). Pöördfunktsioon. Funktsioonid $y = a^x$ ja $y = \log_a x$. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite | **Kursuse lõpul õpilane:**<br>selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;<br>skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil);<br>kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi; | Funktsioonide käsitlemist alustatakse põhikoolis õpitud lineaar- ja ruutfunktsiooni ning funktsiooni $y = \frac{a}{x}$ ning nende graafikute käsitlemisest. Funktsiooni üldine mõiste kui seos $y = f(x)$, milles iga sõltumatu muutuja väärtusele x vastab üks kindel sõltuva muutuja väärtus y esitatakse eelnevas vaadeldud konkreetsete funktsioonide käsitluse laiendusena. Funktsiooni esitusviisidest vaadeldakse valemit, tabelit ja graafikut. Funktsiooni määramispiirkonna leidmine seotakse võrratuste lahendamisega. Funktsiooni paarsust vaadeldakse vastavat omadust omavate konkreetsete funktsioonide graafikutest lähtudes kuid esitatakse ka vastavad algebralised seosed. Funktsiooni nullkohtade, positiivsus-, negatiivsus-, kasvamis- ja kahanemispiirkondade ja ekstreemumkohtade leidmiseks kasutatakse funktsioonide valmisgraafikuid. Seal kus võimalik, leitakse vastavad punktid ja piirkonnad ka algebraliselt, lahendades vastavaid võrrandeid ja võrratusi.<br>Funktsioonidest $y = ax^n$ vaadeldakse lisaks varemkäsitletutele funktsioone $y = x^3$ ja $y = \frac{1}{x^2}$. Nende omadusi selgitatakse valmisgraafikute põhjal.<br>Eksponentfunktsioonile juurdeminek võiks toimuda liitprotsendilise muutumise käsitlemise kaudu. Kõigist eksponentfunktsioonidest pööratagu olulist tähelepanu funktsioonile $y = e^x$. Logaritmfunktsiooni käsitlemise eel on mõistlik esitleda pöördfunktsiooni ja defineerida logaritmfunktsioon eksponentfunktsiooni pöördfunktsioonina. |

| | | |
|---|---|---|
| kohta, milles esineb $e^{ax}$. Lihtsamad eksponent- ja logaritmvõrrandid. Mõisted arcsin m, arccos m ja arctan m. Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendite leidmise kohta. | selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmib ja potentseerib lihtsamaid avaldisi; lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritm võrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni vahetu rakendamise teel; | Arvu logaritmi mõiste ja korrutise, jagatise ning astme logaritmimise reeglid võib esitada enne logaritmfunktsiooni käsitlemist. Logaritmitakse ja potentseeritakse avaldisi, milledega opereerimise oskus on vajalik vaid lihtsaid võrrandeid lahendades. Näiteks: Logaritmida järgmisi avaldisi alusel *a*, kui x > 0, y > 0: $2e^3xy^3$, kui a = e või Leida *x*, 1) $\ln x = 5\ln 2 + 3\ln t$ 2) $\log 20 - \log x = \log 2$. Võrrandite lahendamisel võiks olla lahendatavate ülesannete keerukus ülalt piiratud näiteks võrranditega $\log^2 x - 5\log x - 6 = 0$ ja $3^{4x+1} - 3^{2x+1} - 18 = 0$. |
| | selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid; tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusi, sh laenudega seotud kulutusi ja ohte; | Liitprotsendilise muutumise, eksponent- ja logaritmvõrrandite käsitlemisel on vaja lahendada ohtralt rahandusülesandeid. *Näiteks*: Panka, milles aasta intressimäär on 3%, pandi hoiule 5000 eurot. Mitme aasta pärast ületab hoiustatud summa 6500 eurot? või 1990. aasta algul oli riigi elanike arv 100 miljonit ja rahvastiku aastane juurdekasv 1,0%, Ühe teise riigi elanike arv oli 20 miljonit ja rahvastiku iga-aastane juurdekasv 2,5%. Oletades, et selline rahvastiku juurdekasv on muutumatu, kirjeldab esimese riigi elanike arvu funktsioon $y = 100e^{x\ln 1{,}01}$ ja teise riigi elanike arvu funktsioon $y = 20e^{x\ln 1{,}025}$, kus x on aastad ja y elanike arv miljonites. Mitme aasta pärast on nende riikide elanike arv võrdne? |
| | lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul. | Mõistete *arcsin m, arccos m ja arctan m* käsitlemist võib seostada vastavate trigonomeetriliste funktsioonide pöördfunktsioonide arvutil koostatud graafikute vaatlemisega . Võrrandite lahendeid etteantud lõigul leitakse üldlahenditest sobivate väärtuste väljaotsimisega. Seda tegevust saadetakse vastava, arvutil konstrueeritud joonise kasutamisega. Lahendatavate võrrandite keerukus ei tohiks ületada näiteks järgmises ülesandes toodut: Lahendada trigonomeetriline võrrand $2\sin^2 x + 7\sin x = 4$ lõigul $x \in \left[0^0;360^0\right]$.. |

.

## VI kursus. Funktsioonid II

Kursuse põhiteemadeks on

1) Aritmeetiline ja geomeetriline jada
2) Funktsiooni tuletis ja selle kasutamine funktsiooni uurimiseks ning ekstreemumülesannete lahendamiseks.

| **Õppesisu** | **Õpitulemused** : | **Lõimingud, üld ja valdkonnapädevused, läbivad teemad, IKT** |
|---|---|---|
| Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetriline jada, selle üldliikme ja summa valem. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide $y = x^n \ (n \in Z)$, $y = e^x$, y = ln x tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded. | **Kursuse lõpul õpilane:**<br>selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet; rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;<br><br>selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust; | Arvjada mõiste esitamisel piirdutakse mõnede konkreetsete jadade esitlemisega. Tuuakse sisse terminid *jada, jada liige, indeks* kui jada liikme järjekorranumber, *jada üldliige, üldliikme valem.* Ei käsitleta jada piirväärtust. Aritmeetilise ja geomeetrilise jada käsitlus on traditsiooniline. Esitatakse üldliikme ja summa valemid. Geomeetrilise jada summa valem võetakse kasutusele tuletamiseta. Ei käsitleta hääbuvat geomeetrilist jada.<br><br>Funktsiooni tuletise vaatlemine ilma piirväärtuse ning funktsiooni muudu ja argumendi muudu esitlemiseta võiks toimuda näiteks järgmiselt: Funktsiooni tuletise mõistele juurdeminek toimub funktsiooni kasvu kiiruse vaatlemise kaudu. Alustatakse mõnede konkreetsete funktsioonide arvutiga joonestatud graafikute vaatlemisest ja nende erinevates punktides kasvamise kiiruse võrdlemisest. Viimane seotakse kohe võrreldavatesse punktidesse (arvutiga) joonestatud puutujate asendite võrdlemisega. Seejärel vaadeldakse funktsiooni kasvu antud kohal kui vastava puutuja (kui sirge) tõusu ja tõusunurka. Kohe seejärel defineeritakse tuletis antud kohal $x_0$ kui **vastava puutuja tõus** ( $f'(x_0) = k$ **).**<br>Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võib funktsiooni tuletise mõisteni jõuda ka vanal tuttaval viisil, funktsiooni ja argumendi muutude suhte ja selle piirväärtuse kaudu.<br>Kuigi ainekava nimetab vaid funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust, on ainete lõimimise huvides mõistlik eraldi tähelepanu juhtida ka funktsiooni tuletise füüsikalisele tähendusele. Õpilaste üldist silmaringi laiendaks ka majandusteaduses laialdaselt kasutatava marginaalfunktsiooni kui sisuliselt tuletisfunktsiooni mõiste lühitutvustus. |

| | | |
|---|---|---|
| | leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi; koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis; | Ainesisus loetletud funktsioonide tuletiste valemid ning tehetega seotud diferentseerimise reeglid saadakse funktsiooni tuletise piirväärtusel põhinevast käsitlusest loobumise tõttu esitada vaid valmiskujul. Puutuja võrrand kohal $x_0$ koostatakse puutuja kui sirge võrrandina $y - y_0 = k(x - x_0)$. |
| | selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja; | Funktsiooni kasvamine ja kahanemine ning ekstreemumi seotakse tuletisega mingi mitme vastava piirkonnaga funktsiooni arvutil koostatud valmisgraafiku käigu vaatlemise kaudu. Ekstreemumid määratletakse kui kasvamise-kahanemise üleminekukohad ja -punktid. Tähelepanu tuleb pöörata ekstreemumkoha, ekstremaalse väärtuse ning ekstreemumpunkti eristamise oskusele. Ekstreemumi liigi algebraliseks määramiseks esitatakse ka funktsiooni teise tuletise mõiste. |
| | leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku; | Funktsiooni nullkohad ning positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad tulevad esile kordavas plaanis. Algebraliselt, võrrandite ning võrratuste lahendamisega leitud piirkondi illustreeritakse funktsiooni arvutil koostatavate |
| | lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid | Kontekstiga seotud ekstreemumülesannete lahendamisel määratakse ekstreemumi liik peamiselt teise tuletise märgi abil. |

**12.klassi matemaatika kitsa kursuse ainekava**

## VII kursus. Tasandilised kujundid. Integraal.

Kursuse esimene osa mõeldud põhikoolis läbitud vastava materjali kordamiseks ja süvendamiseks. Seejuures lahendatakse ohtralt elulise sisuga, kontekstis esitatud ülesandeid. Tasandiliste kujundite vaatlemine on ühtlasi ettevalmistuseks VIII, stereomeetria kursuse käsitlemisele. Kursuse teises osas jõutakse integraali mõiste kaudu lihtsamate kõverate ja sirgetega piiratud kujundite pindalade arvutamiseni.

| **Õppesisu** | **Õpitulemused** | **Lõimingud, üld ja valdkonnapädevused, läbivad teemad, IKT** |
|---|---|---|
| Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, ümbermõõdud ja pindalad rakendusliku sisuga ülesannetes. | *Kursuse lõpul õpilane:* defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi; | Kursuse teoreetilise materjali käsitlemisel pööratakse tähelepanu vaadeldavate kujundite ja kujundite klasside korrektse defineerimise küsimustele. Kujundite põhiomadustest võidakse mõned ka tõestada. Esitatakse Heroni valem kolmnurga pindala arvutamiseks. Hulknurkade pindalasid leitakse nende tükeldamisega neli- ja kolmnurkadeks. |
| Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle | kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades; | Lahendatavad ülesanded on suunatud eelkõige funktsionaalse lugemise oskuse kujundamisele. |

| | | |
|---|---|---|
| pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded. | selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest); | Teema käsitlemine algab muidugi tuletise kordamisest. Algfunktsiooni mõiste juurde on kasulik jõuda läbi mingi konkreetse näite vaatlemise.<br>Pärast niisugust juurdeminekut esitatakse algfunktsioon tähendus üldkujul. Siit jõutakse kohe määramata integraali mõiste juurde. Tuletise leidmise pöördtehtena esitatakse valem $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ ning vaadeldakse määratud integraali omadusi $\int cf(x)dx = c\int f(x)dx$ ja $\int (f(x) \pm g)x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$. Edasises lahendatavate pindalaülesannete baasi laiendamiseks võidakse vaadelda ka määramata integraali leidmist funktsioonidest $y = \frac{1}{x}$, $y = e^x$, $y = \sin x$ ja $y = \cos x$. |
| | selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;<br>arvutab määratud integraali abil tasandilise kujundi pindala. | Määratud integraali mõiste juurde jõudmiseks võidakse alustada mingi lineaarfunktsiooni $y = ax$ graafiku, $x$-telje ning sirgega $x = a$ määratud, I koordinaatveerandis asetseva kolmnurga pindala seostamisest vastava lineaarfunktsiooni tuletisega ning selle kaudu algfunktsiooni ja määramata integraaliga. Siit ei ole enam raske jõuda määratud integraali kui funktsiooni graafiku aluse pindala ning Newton-Leibnizi valemi juurde. Kujundite pindalade arvutamisel võiks olla üldiselt taotletavaks õpitulemuseks funktsiooni graafiku, $x$-telje ning sirgete $x = a$ ja $x = b$ vahelise pinnatüki pindala arvutamise oskus. Kui klassi tase seda võimaldab ning õpetajal tahtmist on, siis võiks vaadelda ka pinnatükke rajajoontega $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$ ja $x = b$ kus lõigul $[a,b]$ on $f(x) > g(x)$. |

## VIII kursus. Stereomeetria (sünteetiline käsitlus)

| **Õppesisu** | **Õpitulemused** | **Lõimingud, üld ja valdkonnapädevused, läbivad teemad, IKT** |
|---|---|---|
| Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid. Kahe punkti vaheline kaugus. Kahe sirge vastastikused asendid ruumis. Nurk kahe sirge vahel. Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis. Sirge ja tasandi vaheline nurk. Sirge ja tasandi ristseisu tunnus. Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis. Kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid. Püstprisma ning korrapärasepüramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga. Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta. | *Kursuse lõpul õpilane:* selgitab punkti koordinaate ruumis, | Ruumilise ristkoordinaadistiku vaatlemise põhiliseks eesmärgiks on õpilaste matemaatilise silmaringi laiendamine. Põhitähelepanu on siin pööratud ruumilise teljestiku tasandilisele kujutamisel ning koordinaatidega antud punkide kujutamisele teljestikus. |
| | kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis, selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet; | Käsitledes sirgete ja tasandite vastastikuseid asendid ruumis, hoitakse silme ees eelkõige vastavate definitsioonide ja omaduste rakendamist kehadega seotud ülesannete lahendamisel. Nii on kahe tasandi vahelise nurga käsitlemise eesmärgiks anda õppijale vahend näiteks nelinurkse püramiidi külg- ja põhitahu vahelise nurga leidmiseks. Sirge ja tasandi vahelise nurga olemuse mõistmine on aga näiteks vajalik püramiidi külgserva ja põhja vahelise nurga leidmist nõudvate ülesannete juures. Ruuminurkade vaatlemisel piirdutakse kahetahulise nurgaga. |
| | selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumala arvutamist; kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga; | Eesmärgiks on kehade ja nende elementide äratundmise ja nimetamise kindla oskuse saavutamine. Tähtis on ka kehade tasandilise kujutamise, skitseerimise oskuse saavutamisele suunatud töö. |

| | | |
|---|---|---|
| | arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;<br>rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;<br>kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid. | Käsitletavate kehade pind- ja ruumalad esitatakse kordavalt. Mõnede kehade pindalade ja ruumalade valemeid võidakse ka tuletada. Kui klassi tase seda võimaldab ja õpetajal tahtmist on, võidakse demonstreerida pöördkeha ruumala leidmist integraali abil ($V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$). Selle alusel võiks näiteks tuletada koonuse ruumala valemi. Tahkkehade pindalade arvutamise peamiseks teeks on vastavate tahkude üksikpindalade summeerimine, mitte valmisvalemite kasutamine.<br>Kujundite lõigetest tasandiga vaadeldakse vaid lihtsamaid: tahkkeha tippe ja/või servi läbivaid, pöördkeha telg- või ristlõikeid. |

## Matemaatika täiendava kursuse ainekava

### Gümnaasiumi matemaatikakursuste kordamine

| Õppesisu | Õpitulemused | Viited lõimingule, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad. |
|---|---|---|
| I. Algebra<br>II. Võrrandid ja võrratused<br>III. Jadad<br>IV. Trigonomeetria<br>V. Vektorid ja sirged<br>VI. Funktsiooni uurimine, tuletis<br>VII. Integraal, selle rakendused<br>VIII. Planimeetria ja stereomeetria<br>IX. Tõenäosusteooria ja statistika<br>X. Mitmesugust | Õpilane:<br>1.rakendab matemaatilisi teadmisi eluliste ülesannete lahendamisel<br>2.süvendab ja kinnistab varem õpitut<br>3.töötab võimalikult iseseisvalt | Sisemine lõiming : Siduda erinevatel matemaatika kursustel omandatud teadmisi ülesannete lahendamisel<br><br>**IKT:** Kasutada programme Wiris ja GeoGebra.<br><br>Pöörata tähelepanu jooniste tegemisele (vektorid ja sirged, planimeetria, kehad ja nende lõiked tasandiga, funktsiooni uurimine, kõvertrapetsi pindala ). |